数　学

数と式 1　次の計算をしなさい。

(1)　$49 \div (-7) - 4 \times (-3)^2$

(2)　$a^3 \times 2ab^2 \div ab \times 3a^2b$

(3)　$\dfrac{2a-b}{4} - \dfrac{a-5b}{6}$

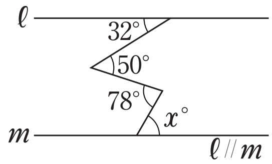
(4)　$1-(-1)^3 \div \dfrac{1}{-2^2} \times (-2)^3 \div 2^5$

2　次の各問に答えなさい。

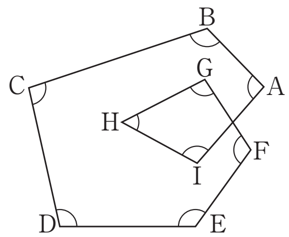
数と式　(1)　大小２つのさいころを同時に投げるとき，出る目の和が９以下である確率を求めよ。

数と式　(2)　$x=4$，$y=2$のとき，$\dfrac{1}{2}x^2y^3 \div 8(-xy)^2 \div \left(-\dfrac{1}{2xy^2}\right)^2$の値を$2^{\square}$の形で表し，□にあてはまる整数値を求めよ。$2^{\square}$の形にならないときは，×を記せ。

平面図形　(3)　右の図において，xを求めなさい。

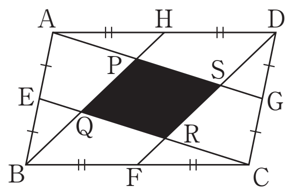


平面図形　(4)　右の図において，∠A＋∠B＋∠C＋∠D＋∠E＋∠F＋∠G＋∠H＋∠Iを求めよ。



平面図形　(5)　１つの内角が135°の正多角形の，対角線の数は何本あるかを求めなさい。

平面図形 3　▱ABCDの4辺の中点を，右の図のように，E，F，G，Hとする。このとき，AG，BH，CE，DFでかこまれた四角形PQRSは，平行四辺形である。このとき，四角形PQRSが平行四辺形となることを，次のように証明した。$\boxed{ア}$，$\boxed{ウ}$には式を，$\boxed{イ}$には条件をかきなさい。



〔証明〕四角形AECGで，四角形ABCDは平行四辺形であり，

E，GはそれぞれAB，DCの中点だから，AE//GC，$\boxed{ア}$

$\boxed{イ}$ことがいえたから，四角形AECGは平行四辺形である。

したがって，PS//QR………①　同じようにして，$\boxed{ウ}$………②

①，②から，四角形PQRSは平行四辺形である。

1　計算の順序や符号に注意する。

(1)　$(-3)^2=(-3)\times(-3)$

(2)　分数の形にして計算する。

与式$=\dfrac{a^3\times 2ab^2\times 3a^2b}{ab}$

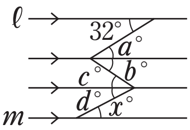
(3)　通分する。分母をはらってはいけない。

(4)　$-2^2=-(2\times 2)=-4$

2　(1)　目の出方は6×6通り，そのうち和が10以上になる場合を除けばよい。和が10になるのは3通り，11になるのは2通り，12になるのは1通り。

(2)　与式$=\dfrac{x^2y^5}{4}$としてからx，yの値を代入する。

(3)　右図で，平行線の錯角は等しいから，



$a=32$，$b=c$，$d=x$

(4)　GとI，AとFを結ぶと，∠FGI＋∠AIG＝∠IAF＋∠GFAとなるから，求める角の和は，六角形ABCDEFの内角と△GHIの内角との総和に等しくなる。

(5)　１つの外角は180°－135°で，360°を割った商が頂点の数になる。n角形の対角線の数は，$\dfrac{n(n-3)}{2}$本

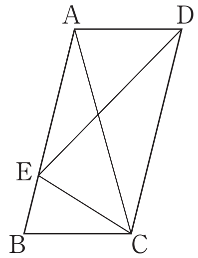
3　ア．$AE=\dfrac{1}{2}AB$，$GC=\dfrac{1}{2}DC$で，AB＝DC

イ．AEとGCは，四角形AECGの1組の向かいあっている辺

ウ．四角形HBFDは，HD//BF，HD＝BFより平行四辺形

平面図形 4　AB＝ACの二等辺三角形ABCを，頂点Cを中心に回転する。頂点Bが辺AB上にきたときの頂点A, Bの位置を，それぞれD, Eとする。このとき次の$\boxed{\quad\quad}$に当てはまる式の番号を，(　　)には当てはまる数または式を書き入れなさい。

(1)　四角形ABCDが平行四辺形であることを，次のように証明した。



〈証明〉仮定より，AB＝AC……①，AC＝DC……②

BC＝EC……③，∠ACB＝∠DCE……④

①と②より，AB＝DC……⑤

一方，$\boxed{\quad\quad}$より，∠B＝∠ACB……⑥

また，△CEBにおいて，③より，∠B＝∠CEB……⑦

④と⑥と⑦より，∠CEB＝∠DCE……⑧

⑧より，AB//DC……⑨

ゆえに，$\boxed{\quad\quad}$と$\boxed{\quad\quad}$より，四角形ABCDは平行四辺形である。

(2)　∠BACの大きさをa°とし，辺ACと辺DEの交点をPとする。∠ACEをaを用いて表すと，(　　)度であり，△CEB≡△CEPになるときのaの値は，(　　)である。

方程式 5　次の方程式を解きなさい。

(1)　$6x-4=5x+1$

(2)　$-3(x+2)=7-(x-5)$

(3)　$0.5(2-x)-0.4x=1.2$

(4)　$\dfrac{3x-1}{2}-\dfrac{2x-3}{3}=1$

(5)　$x-\dfrac{x-1}{3}-\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{2x+1}{4}\right)=x-\dfrac{-x+2}{3}$

方程式 6　次の連立方程式を解きなさい。

(1)　$\begin{cases} y=x-3 \\ 3x-y=3 \end{cases}$

(2)　$\begin{cases} x+2y=14 \\ 5x+y=-11 \end{cases}$

(3)　$\begin{cases} 3x-4y=-11 \\ 5x+6y=7 \end{cases}$

(4)　$\begin{cases} 2(x+1)-(y-1)=8 \\ 3(x+1)+2(y-1)=5 \end{cases}$

方程式 7　次の各問いに答えなさい。

(1)　連続する3つの整数の和が81であるとき，一番大きい整数を求めなさい。

(2)　ある品物を，定価の1割5分引きよりさらに220円引いた値段で買ったら，2500円であった。この品物の，定価を求めなさい。

(3)　ある濃度の食塩水1kgに，食塩100gを入れてよくかき混ぜると，濃度が10％の食塩水になるという。はじめの食塩水の，濃度を求めなさい。

(4)　一直線上に，4つの地点A，B，C，Dがこの順にあり，AからDまでは3.1kmあり，CD間の距離はBC間の距離の2倍である。AからBまでは毎分80m，BからDまでは毎分60mの速さでAからDまで歩いたら，45分かかった。このとき，BC間の距離を求めよ。

4　(1)　△ABCでAB＝ACならば，∠ABC＝∠ACB，1組の向かいあっている辺が平行で長さの等しい四角形は，平行四辺形である。

(2)　∠ACE＝∠DCE－∠ACDで，

∠DCE＝∠ACB＝$\dfrac{180-a}{2}$度，

AB//DCより，∠ACD＝∠BAC＝a°

△CEB≡△CEPになるときは，

∠BCE＝∠PCE＝a°

5　(1)　移項すると$6x-5x=1+4$

(2)　かっこをはずすと，

$-3x-6=7-x+5$

(3)(4)(5)両辺に10，6，12をかけると，

$5(2-x)-4x=12$，$3(3x-1)$

$-2(2x-3)=6$，

$12x-4(x-1)-\{6x-3(2x+1)\}$

$=12x-4(-x+2)$

6　(1)　上の式を下の式に代入すると，

$3x-(x-3)=3$

(2)　(下の式)×2－(上の式)で，yを消去する。

(3)　(上の式)×3＋(下の式)×2で，yを消去する。

(4)　2A－B＝8，3A＋2B＝5と考えてもよいが，

$ax+by=c$の形に整理して解く方が簡単にできる。

7　(1)　一番大きい数をxとすると，

$(x-2)+(x-1)+x=81$

(2)　定価をx円とすると，

$x\times(1-0.15)-220=2500$

(3)　求める濃度をx％として食塩水中の食塩の重さの関係を考えると，

$1000\times\dfrac{x}{100}+100=(1000+100)\times\dfrac{10}{100}$

(4)　BC間の距離を$x$kmとすると，CD，AB間の距離は，$2x$km，$(3.1-3x)$kmで，その時間の和が45分。

方程式 8 浴槽に，10℃の水の出る蛇口Aと，85℃の湯の出る蛇口Bがある。Bを閉じてAを全開にすると30分で浴槽がいっぱいになり，A，Bともに全開にすると20分で満たされる。ただし，浴槽からの熱の出入りはないものとする。

(1) 全開にしたBだけで満たすには，何分かかりますか。また，A，Bともに全開にして満たしたとき，水の温度はいくらですか。

(2) 最も早く浴槽を40℃の湯で満たすには，どちらの蛇口を全開のときの量の何パーセントにすればよいですか。

方程式 9 次の各問に答えなさい。

(1) 連立方程式 $\begin{cases} x+y=6 \\ x-y=2a \end{cases}$ の解が，方程式$2x-3y=1$をみたすとき，aの値とこの連立方程式の解を求めよ。

(2) ある商店では，1個50円の品物を売っていて，割引券持参の人には，1個につき10円値引きしている。ある日のこの品物の売り上げ高は71400円であり，値引きして売れた個数は，売れた全部の個数の24％であった。このとき，1個50円でx個売れ，10円値引きしてy個売れたとして，連立方程式をつくれ。また，値引きして売れたのは何個か。

(3) あるお菓子を買うのに，箱に入れて買うと箱代がかかります。箱には小箱と大箱があり，ある個数までは小箱に入りますが，それを越えると大箱に入れることになります。また，大箱の値段は小箱の値段より500円高くなっています。このお菓子を33個買ったときと43個買ったときには，どちらも箱は1つですみ，値段はそれぞれ7000円と9000円でした。お菓子1個の値段を求めなさい。

関数 10 次の各問いに答えなさい。

(1) yはxに比例し，$x=1$のとき$y=12$であるという。$y=60$となるときのxを求めなさい。

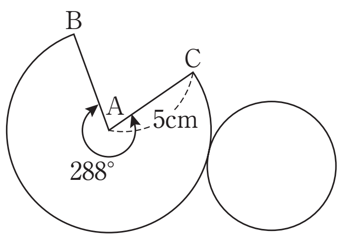
(2) yはxに反比例し，$x=-4$のとき，$y=-\frac{1}{2}$である。$x=10$のとき，yの値を求めなさい。

(3) $y-1$は$x+5$に反比例し，$x=-2$のとき$y=7$とする。$x=4$のときの，yの値を求めなさい。

(4) 次の$\boxed{}$にあてはまるものを求めなさい。

$y=2x+5$ならば，$\boxed{}$は$x+3$に比例する。

平面図形 11 図のような円すいの展開図があります。AC＝5cm，中心角288°であるとき，次の各問いに答えなさい。ただし，円周率をπとします。



(1) 円すいの側面積を求めなさい。

(2) 底面の半径の長さを求めなさい。

8 (1) 1分間に，Aは$\frac{1}{30}$，AとBで$\frac{1}{20}$はいる。同時間でのA，Bからの量は2：1

(2) 蛇口Aをx％にしたとすると，$10\times\left(2\times\frac{x}{100}\right)+85\times1=40\times\left(2\times\frac{x}{100}+1\right)$

9 (1) (上の式)＋(下の式)よりyを消去し，$x=a+3$……①を上の式に代入して，

$y=-a+3$……②

①，②を$2x-3y=1$に代入してaを求める。

(2) 売り上げ高は，1個50円のとき$50x$円，10円値引きしたとき$(50-10)y$円。個数では，

$y=(x+y)\times\frac{24}{100}$

(3) お菓子1個，小箱1個の値段をx円，y円とすると，大箱1個の値段は$(y+500)$円。

ア．2箱とも小箱のとき，

$33x+y=7000$，$43x+y=9000$

イ．小箱と大箱のとき，

$33x+y=7000$，$43x+(y+500)=9000$

ウ．2箱とも大箱のとき，

$33x+(y+500)=7000$，

$43x+(y+500)=9000$の中で，

$x>0$，$y>0$になるときのxの値を答える。

10 (1)(2) 比例定数をaとすると，(1)は$y=ax$，(2)は$y=\frac{a}{x}$で，x，yの値を代入する。

(3) 比例定数をaとすると，

$y-1=\frac{a}{x+5}$……①で，$x=-2$，$y=7$を代入して求めたaと，$x=4$を①に代入してyを求める。

(4) 比例定数をaとすると，$z=a(x+3)$……①のとき，zは$x+3$に比例する。$y=2x+5$なので，$y=2(x+3)-1$より，①の形のzを求める。

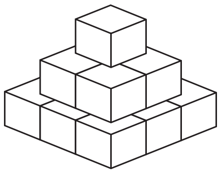
11 (1) 半径5cm，中心角が288°のおうぎ形の面積だから

$\pi\times5^2\times\frac{288}{360}$

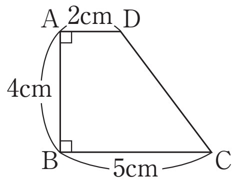
(2) 底面の半径を$r$cmとすると，底面の円周は側面のおうぎ形の孤の長さに等しく，$2\pi r=2\pi\times5\times\frac{288}{360}$

空間図形12　次の各問いに答えなさい。

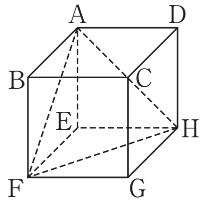
(1)　1辺が3cmの立方体が，図のように積み重ねてある。この立体の，表面積を求めなさい。



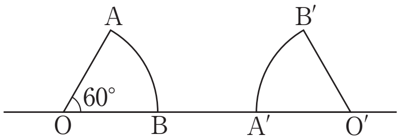
(2)　右の図のような台形ABCDについて，ADを軸として1回転してできる回転体の，体積を求めよ。ただし，円周率はπとして計算せよ。



(3)　右の図のような，1辺が2である立方体に内接する四面体C－AFHの，体積を求めなさい。



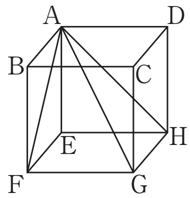
平面図形13　右の図は，半径rの扇形OABが直線上をすべらずに回転して，扇形O′A′B′に移動したものである。このとき，次の問いに答えよ。



(1)　BA′の長さを求めよ。

(2)　点Oが動いた距離を求めよ。

空間図形14　右図の立方体ABCD－EFGHの1辺の長さが1であるとき，次の問いに答えなさい。



(1)　四角すいA－EFGHの体積を求めなさい。

(2)　(1)の四角すいを平面CDEFで切断したとき，点Aのある側の立体の，体積を求めなさい。

平面図形15　右下の図の正方形ABCDで，対角線AC上にABに等しくAEをとり，点EからACにひいた垂線がBCと交わる点をFとするとき，BF＝EFとなることを，次のように証明しました。

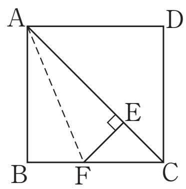
ア，イには式を，ウには根拠にしたことを書きなさい。

〔証明〕△ABFと△AEFとで，

条件より，ア……①，イ＝90°……②

またAF＝AF……③

①，②，③から，この2つの直角三角形は，ウことがいえたから，△ABF≡△AEF　だから，BF＝EF



平面図形16　右下の図は，△ABCの辺AB，ACをそれぞれ1辺とする正三角形ADB，ACEを△ABCの外部に作ったものです。このとき，△BAE≡△DACであることを，次のように証明したい。下のアには辺の関係を，イには角の関係を，ウには合同になる理由をそれぞれ書きなさい。

〔証明〕△BAEと△DACにおいて

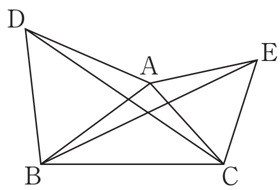
仮定より，AB＝AD，ア

また，∠BAE＝∠BAC＋60°……①

イ……②

①，②より，∠BAE＝∠DAC

ウがそれぞれ等しいから，△BAE≡△DAC



12　(1)　上面の面積の和は，下面の面積3^2cm^2×9に等しく，側面は3^2cm^2×(12＋8＋4)

(2)　底面の半径4cm，高さ5cmの円柱の体積から，底面の半径4cm，高さ(5－2)cmの円すいの体積を除いたものだから，

$\pi\times4^2\times5-\pi\times4^2\times(5-2)\times\frac{1}{3}$

(3)　立方体の体積2^3から，底面が△EFH，高さがAEの三角すいの体積$2\times2\times\frac{1}{2}\times2\times\frac{1}{3}$の4つ分を除く。

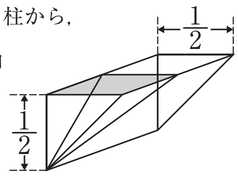
13　(1)　線分BA′＝弧ABだから，

$2\pi r\times\frac{60}{360}$

(2)　点Oは，点Bを中心に半径OBで90°の回転移動をしてから，直線BA′に平行で線分BA′の長さだけ平行移動し，さらに点Aを中心に，半径O′A′で90°の回転移動をする。

14　(1)　四角すいの底面，高さは，立方体の底面，高さに等しい。

(2)　AEの中点を通る平面ABCDに平行な平面で，上下にわけて考えるとよい。上の部分は底面積が$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$，高さが$\frac{1}{2}$の四角すい。下の部分は，右図の三角柱から，左側の四角すいを除いたものになる。



15　2つの直角三角形が合同になるための条件　ア．斜辺と他の1辺　イ．斜辺と1鋭角がそれぞれ等しいときの，どちらがあてはまるかをみる。

AFは，△ABFと△AEFの共通な斜辺

16　ア．△ACEは正三角形

イ．∠DACは，△ABCの∠BACと正三角形DBAの∠DABとの和

ウ．AB＝ADと「ア」は辺，∠BAE＝∠DACは，その2辺のはさむ角がそれぞれ等しいことを表している。