進研Vもし　付録の学習手引　≪高校入試問題集≫

数　学

数と式 1　次の各問に答えよ。

(1)　$3(2x-y)-(5x-3y)$　を計算せよ。

(2)　$\left(-\dfrac{5}{2}\right)^2\div\dfrac{15}{2}-\left(-\dfrac{1}{3}\right)^3$を計算せよ。

(3)　$\dfrac{2x+y}{3}-(x-5y)$　を計算せよ。

1　計算の順序や符号に注意する。

(2)　$\left(-\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{25}{4}$，$\left(-\dfrac{1}{3}\right)^3=-\dfrac{1}{27}$

(3)　通分する。分母をはらってはいけない。

方程式 2　次の連立方程式を解きなさい。

(1)　連立方程式 $\begin{cases} y=2x-1 \\ 5x-y=10 \end{cases}$　を解け。

(2)　連立方程式 $\begin{cases} 2x+y=5 \\ 3x-8y=17 \end{cases}$　を解け。

2　(1)　$y=2x-1$…①，$5x-y=10$…②　①を②に代入すると，$5x-(2x-1)=10$

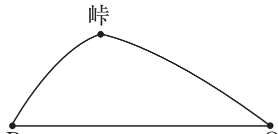
(2)　$2x+y=5$…①，$3x-8y=17$…②　①×8＋②でyを消去する。

方程式 3　次の各問に答えなさい。

(1)　２けたの自然数があり，一の位の数は十の位の数の３倍よりも１小さい。また十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数は，もとの数の２倍よりも７大きい。このときのもとの自然数を求めよ。

(2)　15kmの道のりを時速９kmで進む予定で走り出した。始めは予定どおり時速９kmで走っていたが，途中から時速４kmで歩くことにしたところ，予定の時間より25分遅れて到着した。始めに走った道のりは何kmか。

(3)　右の図のように，Ｐ地点から峠を越えてＱ地点まで歩き，Ｑ地点から峠を越えてＰ地点まで引き返す。行きも帰りも上りは時速３km，下りは時速４kmで歩いたところ，Ｐ地点からＱ地点までは４時間かかり，Ｑ地点からP地点までは４時間10分かかった。このとき，Ｐ地点から峠を越えてQ地点まで何kmか求めよ。



3　(1)　もとの自然数の十の位の数をx，一の位の数をyとおくと，$y=3x-1$…①　一の位と十の位を入れかえた数は，もとの数の２倍よりも7大きいので，$10y+x=2(10x+y)+7$…②　①，②を連立方程式として解く。

(2)　始めに$x$km走ったとすると，$\dfrac{x}{9}+\dfrac{15-x}{4}=\dfrac{15}{9}+\dfrac{25}{60}$

(3)　Ｐ地点から峠までの道のりを$x$km，峠からＱ地点までの道のりを$y$kmとする。$\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}=4$…①　$\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{3}=\dfrac{25}{6}$…②　①，②より，$x$，$y$を求める。

数と式 4　次のア～カまでの中に，１つだけ正しいものがある。その記号を書きなさい。

ア　$\sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{7}$　　イ　$\sqrt{49}=\pm7$　　ウ　$\sqrt{(-7)^2}=-7$

エ　49の平方根は７である。　オ　$(\sqrt{7})^2=7$　　カ　$\sqrt{14}\div\sqrt{2}=7$

4　ア．$(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2=2+2\sqrt{10}+5$

イ．$\sqrt{49}$は，２乗すると49になる正の数

ウ．$\sqrt{(-7)^2}$は正の数

エ．49の平方根は２乗すると49になる数で，正の数と負の数の２つある。

オ．$\sqrt{7}$は２乗すると７になる正の数

カ．$\sqrt{14}\div\sqrt{2}=\sqrt{14\div2}$

数と式 5　次の計算をしなさい。

(1)　$\sqrt{3}+\sqrt{5}\times\sqrt{15}-\sqrt{12}$

(2)　$\sqrt{2}(\sqrt{6}-1)+\sqrt{3}(\sqrt{6}-2)$

(3)　$\sqrt{45}-\left(\dfrac{10}{\sqrt{5}}-\sqrt{5}\right)$

(4)　$5\sqrt{8}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-2\div\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

数と式 6　次の各問に答えなさい。

(1)　３つの数　$\sqrt{\dfrac{1}{3}}$，$-\dfrac{1}{3}$，$\dfrac{1}{4}$を大きい方から順に並べなさい。

(2)　144の平方根のうち，正の方をx，負の方をyとするとき，
　$(x+2y+2)^2$の値を求めよ。

(3)　$\sqrt{3}=1.73$として　$2\sqrt{6}-\sqrt{12}(1+\sqrt{2})$の値を求めよ。

数と式 7　次の計算をしなさい。

(1)　$(3x-2)(x+1)$

(2)　$(x-1)(x+5)-x(x+4)$

(3)　$(x-5)(x+7)-(x+1)^2$

(4)　$(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{27}+\sqrt{2})-(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$

(5)　$\{(3-\sqrt{2})^2-(\sqrt{13}+\sqrt{2})(\sqrt{13}-\sqrt{2})\}\div\sqrt{18}$

数と式 8　次の各問に答えなさい。

(1)　$a=4+\sqrt{2}$，$b=1-\sqrt{2}$のとき，$3a+ab$の値を求めなさい。

(2)　$x=1+\sqrt{5}$，$y=-1+\sqrt{5}$のとき，$x^2+2xy+y^2$の式の値を求めなさい。

(3)　$x=2+3\sqrt{3}$，$y=-3+\sqrt{3}$，$z=-2+3\sqrt{3}$のとき，
　$\dfrac{xy^2+y^2z}{x^2-z^2}$の値を求めなさい。

数と式 9　次の計算をしなさい。

(1)　$\sqrt{27}-\sqrt{75}+\sqrt{48}$

(2)　$3\sqrt{2}-\dfrac{10}{\sqrt{2}}+2\sqrt{8}$

(3)　$(\sqrt{50}-3\sqrt{2})\times\dfrac{5}{\sqrt{20}}$

(4)　$\sqrt{12\times169-3}$

数と式 10　次の計算をしなさい。

(1)　$(a+b)(2a-3b)+(a+b)^2$

(2)　$(x-4)^2-x(x-3)$

(3)　$(3x+2)^2-x(9x-3)$

(4)　$\left(\sqrt{3}-\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)^2$

(5)　$\dfrac{20}{\sqrt{5}}-\sqrt{(-3)^2}+(-2+\sqrt{5})^2$

(6)　$(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{5}+5\sqrt{3})(\sqrt{5}-3\sqrt{3})$

5　計算の順序に注意する。

(2)　かっこをはずして，まとめられるものは簡単にする。

(3)　$\dfrac{10}{\sqrt{5}}$は，分母分子に$\sqrt{5}$をかけて分母を有理化する。

(4)　$2\div\sqrt{\dfrac{2}{3}}$は，$2\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$より
$\dfrac{2\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\sqrt{6}$となる。

6　(1)　$-\dfrac{1}{3}$は負の数だから１番小さく，$\sqrt{\dfrac{1}{3}}$と$\dfrac{1}{4}$は，２乗した数の大きい方が大きい。

(2)　$x=12$，$y=-12$だから$x+y=0$

(3)　かっこをはずして，簡単な式にしてから$\sqrt{3}$の値を代入する。

7　符号に注意する。

(5)　$(3+\sqrt{2})^2=3^2-2\times3\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2$

8　(1)　$3a+ab=a(3+b)$で，$3+b=3+(1-\sqrt{2})=4-\sqrt{2}$

(2)　$(x+y)^2$として，$x+y$の値を代入する。

(3)　与式$=\dfrac{y^2(x+z)}{(x+z)(x-z)}=\dfrac{y^2}{x-z}$としてから代入する。

9　(4)　$12\times169-3=2025$で，2025を素因数分解すると$2025=3^4\times5^2$

10　符号に注意する。

(2)　$-x(x-3)=-x^2+3x$

(4)　$\sqrt{3}-\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}-\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\sqrt{3}-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

(6)　$(\sqrt{5}+5\sqrt{3})(\sqrt{5}+3\sqrt{3})=5-3\sqrt{15}+5\sqrt{15}-45$

数と式 11　$\sqrt{50}$は，ある整数と小数との和で表される。この小数の部分をaとするとき，$a(a+14)$の式の値を求めよ。ただし$0<a<1$とする。

数と式 12　下のAさんとBさんの会話から，次の各問に答えよ。

A：まずはあなたの生まれた月の数を９倍して３をたしてください。その後に，その数を11倍して生まれた月の数と生まれた日の数をたしてみてください。

B：xになりました。

A：ということは，あなたの誕生日は３月12日ですね。

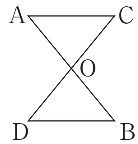
B：正解です。でもどうやったらそれがわかるのですか。

A：実は，この計算をした結果をyでわったときの商が生まれた月になって，あまりからzをひいた数が生まれた日になっているのです。

(1)　下線部の計算にしたがって，m月n日に生まれた人の計算の結果をmとnを使った式で表せ。

(2)　会話の中にあるx，y，zにあてはまる数を求めよ。

平面図形 13　「右下の図で，点Oが線分AB，CDのそれぞれの中点ならば，AC=BDである。」このことを証明するために，△OACと△OBDが合同となることを示したい。△OAC≡△OBDとなる理由を，次のア～エのうちから選び，その記号をかけ。



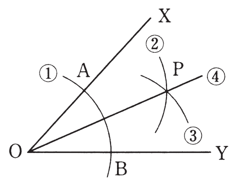
ア．OA=OB，OC=OD，AC=BD

イ．OA=OB，OC=OD，∠AOC=∠BOD

ウ．OC=OD，AC=BD，∠OCA=∠ODB

エ．OA=OB，∠AOC=∠BOD，∠OAC=∠OBD

平面図形 14　右の図は，定規とコンパスによる∠XOYの二等分線の作図のしかたを示している。直線OPが∠XOYの二等分線であることを証明するには，次のア～エのうちのどれを用いればよいか，その記号をかけ。



ア．△AOPと△BOPにおいて，３辺がそれぞれ等しい。

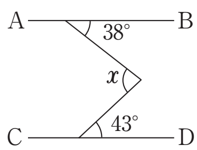
イ．△AOPと△BOPにおいて，２辺とそのはさむ角がそれぞれ等しい。

ウ．△AOPと△BOPにおいて，１辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

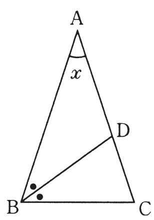
エ．△AOPと△BOPにおいて，２角がそれぞれ等しい。

平面図形 15　次の各問に答えなさい。

(1)　右の図でAB//CDのとき，$\angle x$の大きさを求めよ。



(2)　右の図で，△ABCはAB=ACの二等辺三角形で，∠Bの二等分線とACの交点をDとするとき，BC=BDであるとすれば，∠Aの大きさxは何度になりますか。



11　$7<\sqrt{50}<8$だから，$a=\sqrt{50}-7$で，$a+14$は$\sqrt{50}+7$になる。

12　(1)　$(9m+3)\times11+m+n=100m+n+33$

(2)　$1\leqq n\leqq31$ より，$n+33$ は 100 より小さい自然数なので，$n+33$ は 100 でわったあまりを表す。

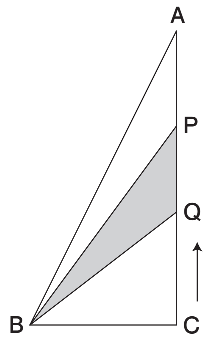
13　２つの三角形が合同になるための条件，ア．３辺，イ．２辺とその間の角　ウ．１辺とその両端の角がそれぞれ等しいときの，どれがあてはまるかをみる。対頂角は等しいから，∠AOC＝∠BOD，点OがABの中点だから，OA=OB

14　△AOPと △BOPとで，AO＝BO(点Oを中心とする同じ円の半径)，AP＝BP(点A，Bを中心とする２つの円の等しい半径)，OP＝OP(共通)

15　(1)　$\angle x$の頂点を通るABに平行な直線をひくと，平行線の錯角は等しいから，$\angle x=38°+43°$

(2)　AB＝ACより∠ABC＝∠C，BC＝BDより∠C＝∠BDC，BDは∠ABCの二等分線だから∠ABD＝∠CBD，△ABDで∠BDC＝∠A＋∠ABDだから，∠BDC＝2∠A
従って，
∠A＋∠ABC＋∠C＝
∠A＋2∠A＋2∠A＝5∠A

関数 16　右の図のように，$\angle BCA=90°$，BC= 6 cm，CA=12cmの直角三角形ABCがある。点PはCを出発し，毎秒2cmの速さで辺CA上をAまで動き，Aに到着したら折り返しCまで動き，Cに到着したら停止する。また，点Qは点Pと同時にCを出発し，毎秒1cmの速さで辺CA上をAまで動き，Aに到着したら停止する。2点P，Qが出発してからx秒後の△BPQの面積を$y$cm²とする。ただし，点P，Qが同じ位置にいるときは$y=0$とする。



このとき，次の問い(1)～(3)に答えよ。

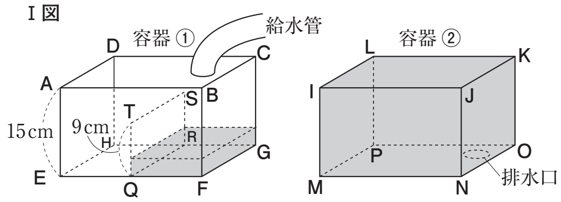
(1)　xの変域が$0 \leqq x \leqq 6$のとき，yをxの式で表せ。

(2)　点P，QがCを出発してから停止するまでのxとyの関係を表すグラフを，右の図にかけ。

(3)　△BPQの面積が27cm²となるのは，点P，QがCを出発してから何秒後か求めよ。

関数 17　右のⅠ図のように同じ形の直方体の容器①(直方体ABCD－EFGH)と容器②(直方体IJKL－MNOP)があり，AE＝IM＝15cmである。

Ⅰ図



容器①の底面には，TQ＝ 9 cmの長方形の仕切り板QRSTがEQ＝FQ，HR＝GR，面QRST∥面AEHDとなるように設置されている。また，仕切りの右側の底面をQFGRとする部分には高さ3cmまで水が入っており，その上部には給水管がある。

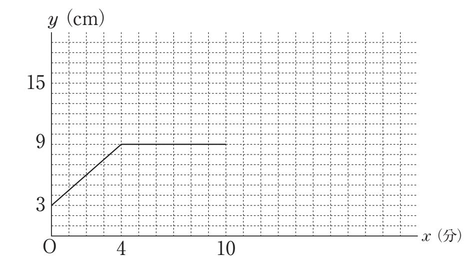
容器②には水が満水の状態で入っており，その底には排水口がある。

このとき，次の問い(1)～(3)に答えよ。ただし，容器と仕切り板の厚さは考えなくてもよい。

(1)　容器②において，排水口から一定の割合で水を出すと，水を出し始めてから40分後に容器が空になるという。排水口から水を出し始めてからx分後の水面の高さを$y$cmとするとき，yをxの式で表せ。

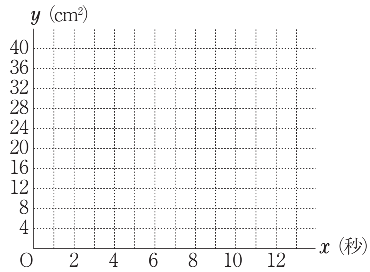
(2)　右のⅡ図は，容器①において給水管から一定の水を出し始めてからx分後の底面をQFGRとする部分の水面の高さを$y$cmとしたときの，x，yの変化の様子を表したグラフの一部である。容器①が満水になるまでの様子を表すグラフの続きを，右の図にかけ。

Ⅱ図



(3)　(1)，(2)のとき，容器①の給水管から水を入れ始めるのと同時に，容器②の排水口から水を出し始める。このとき，容器①の底面ＱＦＧＲにおける水面の高さと，容器②の水面の高さが等しくなるのは，給水管から水を入れ始めてから何分後か求めよ。

16　(2)



17　(2)　グラフより，底面をQFGRとする部分では4分で$9-3=6$(cm)上昇する。この後，底面をEQRHとする部分の水面の高さが9cmになるのに$9 \div \frac{6}{4}=6$(分)かかる。このとき，水を入れ始めてから$4+6=10$(分)この後，底面をEFGHとする部分に水が入る。水面の面積が底面をQFGRとする部分の2倍となり，4分で$6 \div 2=3$(cm)上昇するから，$15-9=6$(cm)上昇するのには$6 \div \frac{3}{4}=8$(分)かかる。

このとき，水を入れ始めてから$10+8=18$(分)だから，2つの点(10，9)，(18，15)を結べばよい。

(3)　(2)の$10 \leqq x \leqq 18$における直線の傾きは$\frac{3}{4}$より，

$y=\frac{3}{4}x+b$とおくと，点(10，9)を通るから，　$9=\frac{3}{4} \times 10+b$　$b=\frac{3}{2}$

よって，この直線の式は

$y=\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}$

また，$x=10$のとき，(1)の直線のy座標は，

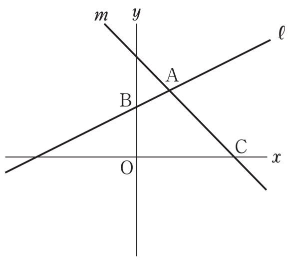
$y=-\frac{3}{8} \times 10+15=\frac{45}{4}$で，$y=9$より上側にある。

よって，水面の高さが等しくなるのは，$10 \leqq x \leqq 18$のときである。そのときの時間は，

$y=-\frac{3}{8}x+15$と$y=\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}$を連立方程式として解く。

関数 18　右の図で，２直線ℓ，mはそれぞれ１次関数$y=\frac{1}{2}x+3$，$y=ax+b$（a，bは定数）のグラフである。点Aは直線ℓとmの交点で，点Aのx座標は２である。点Bは直線ℓとy軸との交点，点Cは直線mとx軸との交点で，点Cの座標は(6，0)である。

このとき，次の各問に答えよ。



(1)　点Aの座標を求めよ。

(2)　直線mの式を求めよ。

(3)　y軸上に△APCと四角形ABOCの面積が等しくなるように点Pをとるとき，点Pの座標を求めよ。ただし，点Pのy座標は負の数とする。

18　(1)　$y=\frac{1}{2}x+3$に$x=2$を代入すると，$y=\frac{1}{2}\times2+3=4$　よって，A(2，4)

(2)　２点A(2，4)，C(6，0)を通る直線の式を求める。直線の傾きは，$\frac{0-4}{6-2}=-1$よって，$y=-x+b$と表せる。この式に，$x=6$，$y=0$を代入すると，$0=-6+b$　$b=6$

したがって，$y=-x+6$

(3)　直線mとy軸との交点をDとすると，D(0，6)

四角形ABOC＝△DOC－△DBA

$=\frac{1}{2}\times6\times6-\frac{1}{2}\times(6-3)\times2=15$

点Pの座標を$(0,\ p)$とすると，

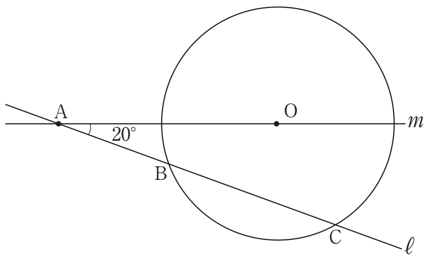
△APC＝△DPC－△DPA＝

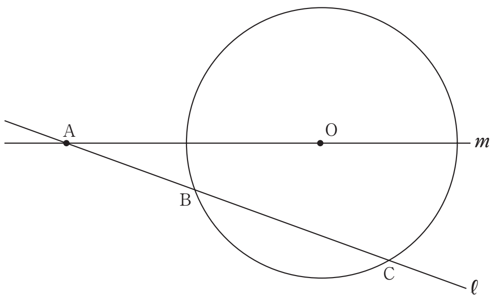
$\frac{1}{2}\times(6-p)\times6-\frac{1}{2}\times(6-p)\times2=$

$12-2p$　$12-2p=15$だから，

$p=-\frac{3}{2}$　よって，$\mathrm{P}\left(0,\ -\frac{3}{2}\right)$

平面図形 19　右の図のように，点Aで20°をなすように交わる２つの直線ℓ，mがあり，直線m上の点Oを中心とする円と，直線ℓとの交点をB，Cとする。このとき，円Oの円周上にあり，２つの直線ℓ，mまでの距離が等しい点Pを，コンパスと定規を使って下の図にすべてかき入れよ。ただし，作図に使った線は消さないこと。





19　点Aを中心として円をかく。このときできる直線ℓ，mとの２つの交点E，Fをそれぞれ中心として，半径の等しい円をかき，その交点をGとする。

点Aと交点Gを結んだ直線と，円Oとが交わる２点が，求める点Pである。