数　学

数と式 1　次の計算をしなさい。

（1）　$a \div 2a^3 \times (3a)^2$

（2）　$(\sqrt{7}+4)(\sqrt{7}-2)-\sqrt{28}$

（3）　$2x-y-\dfrac{x+y}{3}$

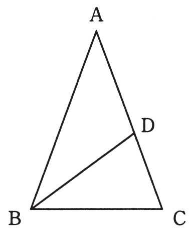
2　次の各問に答えなさい。

数と式　（1）　$a=5$，$b=-3$のとき，a^2+5bの値を求めよ。

関数　（2）　yはxに反比例し，$x=4$のとき$y=2$である。比例定数を求めなさい。

平面図形（3）　右の図で，AB＝AC，∠ABD＝∠DBCである。

∠BAC＝40°のとき，∠ADBの大きさは何度か。



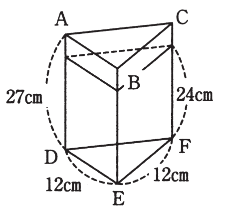
方程式　（4）　a％の食塩水100gとb％の食塩水200gを混ぜると何％の食塩水ができるか。

a，bを使った式で表せ。

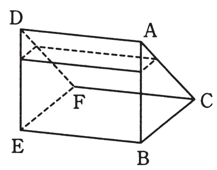
空間図形 3　三角柱ABC－DEFの容器があり，底面は∠DEF＝90°，DE＝EF＝12cmの直角二等辺三角形で，高さADは27cmです。

右の図Ⅰは，この容器を底面DEFが水平になるようにおき，その中に水を24cmの深さまで入れ，底面ABCの位置で密閉したところを表したものです。

図Ⅰ



図Ⅱ



いま，この容器を図Ⅱのように，四角形CBEFが底面となるように倒し，水平におきました。このとき，水の深さはいくらになりますか。その値を求めなさい。

関数 4　右の図１のように，OA＝12cm，OC＝CB＝8cm，∠AOC＝∠OCB＝90°の台形OABCがある。点Ｐは，辺OA上を，点Ｏを出発して毎秒３cmの速さで，点Ａまで動く点とする。また，点Ｑは，辺OC，CB上を，点Ｏを出発して毎秒４cmの速さで点Ｃを経て点Ｂまで動く点とする。点Ｐ，Ｑが点Ｏを同時に出発してからt秒後の三角形OPQの面積をＳcm²とするとき，次の問に答えなさい。

図１

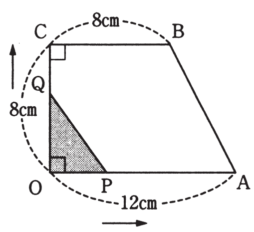
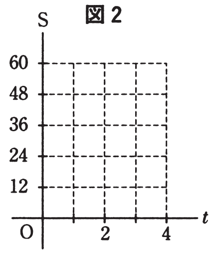


図２



（1）　$t=1$のとき，Ｓの値を求めよ。

（2）　$0 \leqq t < 2$のときと，$2 \leqq t \leqq 4$のときのそれぞれについて，Ｓをtの式で表せ。

（3）　tを横軸に，Ｓを縦軸にとって，(2)で求めた関数のグラフを図２に書き入れよ。ただし，$0 \leqq t \leqq 4$とする。

（4）　三角形OPQの面積が台形OABCの面積の$\dfrac{1}{2}$になるのは，点Ｐが点Ｏを出発してから何秒後か。

1　計算の順序や符合に注意。

（1）　$(3a)^2=3a\times 3a$

（2）　$(\sqrt{7}+4)(\sqrt{7}-2)$

$=(\sqrt{7})^2+(4-2)\sqrt{7}-4\times 2$

（3）　通分する。分母をはらってはいけない。

2　（1）　$a=5$，$b=-3$を代入すると，

$5^2+5\times(-3)$

（2）　比例定数をaとすると

$y=\dfrac{a}{x}$…①　$x=4$，$y=2$を①に代入してaを求める。

（3）　△DBCで，

∠ADB＝∠DBC＋∠DCB

（4）　食塩水の重さ100＋200(g)に対する食塩の重さ

$100\times\dfrac{a}{100}+200\times\dfrac{b}{100}$(g)の割合

3　水の深さ$x$cmとすると，図Ⅰ，Ⅱの空の部分の体積は等しく，それぞれ，底面が等辺12cm，$(12-x)$cmの直角二等辺三角形，高さが(27－24)cm，27cm(AD)の三角柱になるから，

$(12-x)^2\times\dfrac{1}{2}\times 27=12^2\times\dfrac{1}{2}\times 3$

$0<x<12$であることに注意する。

4　（1）　$t=1$のとき，OP＝3cm，QO＝4cm

（2）　$0 \leqq t < 2$のとき，OP＝$3t$cm，QO＝$4t$cm

$2 \leqq t \leqq 4$のとき，点Ｑは辺CB上にあるから，OP＝$3t$cmを底辺とすると，高さは一定で８cm。

（3）　$0 \leqq t < 2$のときは放物線，$2 \leqq t \leqq 4$のときは直線。

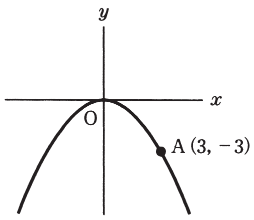
（4）　点Ｑが辺CB上にあるときで，t秒後とすると$2<t \leqq 4$で，

$3t\times 8\times\dfrac{1}{2}=(8+12)\times 8\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}$

関数 5　右の図は，関数$y=ax^2$のグラフである。

(1)　aの値を求めよ。

(2)　この関数で，xの値が０から３まで増加するときの，変化の割合を求めよ。



5　(1)　$-3=a\times 3^2$

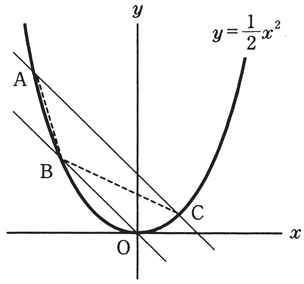
(2)　3−0に対する$\left(-\frac{1}{3}\right)\times 3^2-\left(-\frac{1}{3}\right)\times 0^2$の割合

関数 6　右の図のように，関数$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフ上に，３点A，B，Cがあり，点A，Bの座標は，それぞれ$\left(-3,\ \frac{9}{2}\right)$，$(-2,\ 2)$である。また，直線ACは直線BOと平行である。このとき，次の問に答えなさい。

(1)　直線ACの式を，x，yを用いて書きなさい。

(2)　点Cの座標を求めなさい。

(3)　△ABCの面積を求めなさい。



6　(1)　傾きはBOと同じ−1だから，切片をbとすると

$\frac{9}{2}=-(-3)+b$

(2)　$\frac{1}{2}x^2=-x+\frac{3}{2}$の正の解が点Cの$x$座標

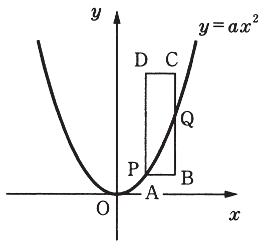
(3)　BO∥ACより△ABC＝△AOCだから，$\frac{3}{2}\times(3+1)\times\frac{1}{2}$

関数 7　４点A(2，1)，B(4，1)，C(4，8)，D(2，8)を頂点とする長方形ABCDがある。放物線$y=ax^2\,(a>0)$が，長方形ABCDの周と異なる２点P，Qで交わっている。このとき，次の各問に答えなさい。

(1)　aがとる値の範囲を求めなさい。

(2)　線分PQによって長方形ABCDの面積が２等分されるときの，aの値を求めなさい。

(3)　２点P，Qがそれぞれ線分AD上，線分BC上にあり，直線PQは点(0，−3)を通る。このとき，四角形ABQP：四角形CDPQを求めなさい。



7　(1)　点B，Dを通るときは，

$8=a\times 2^2$，$1=a\times 4^2$

(2)　P，Qが辺AD，BC上にあるときだから，P(2，$4a$)，Q(4，$16a$)とすると，PA＝CQより

$4a-1=8-16a$

(3)　P(2，$4a$)，Q(4，$16a$)とすると，直線PQ，点Pと点(0，−3)を結ぶ線分の傾きから，

$\frac{16a-4a}{4-2}=\frac{4a-(-3)}{2-0}$で，$a=\frac{3}{8}$

よりP，Qのy座標を求める。

方程式 8　次の２次方程式を解きなさい。

(1)　$x^2+x-6=0$

(2)　$x^2-2x=3$

(3)　$2x^2-4=x(x-3)$

8　(1)　左辺＝$(x+3)(x-2)$

(2)　$x^2-2x-3=0$

(3)　$x^2-3x-4=0$

数と式 9　次の各問に答えなさい。

(1)　等式$2(a+b)=l$を変形して，bをaとlを使って表しなさい。

(2)　$2ax^2-2ax-24a$を因数分解せよ。

(3)　次の式を因数分解せよ。

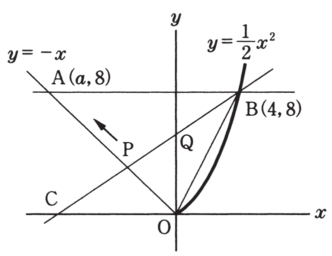
$(2a-3)(a+4)-(a+2)^2-4$

方程式 10　A駅から26km離れたC駅まで，途中のB駅を通って走る電車がある。この電車は，A，B間をB，C間より1時間あたり9km速く走り，A，B間は12分，B，C間は10分かかるという。次の(1)，(2)の問に答えよ。

(1)　この電車の，A，B間の速さを$x$km/h，B，C間の速さを$y$km/hとしてx，yについての連立方程式をつくれ。また，その連立方程式を解いてx，yの値を求めよ。

(2)　A，B間の距離とB，C間の距離をそれぞれ求めよ。

関数 11　右の図のように，x軸に平行な直線が，関数$y=-x$($x\leqq 0$)のグラフと点A(a，8)で交わり，関数$y=\frac{1}{2}x^2$($x\geqq 0$)のグラフと点B(4，8)で交わっている。次の(1)〜(3)の問に答えなさい。ただし，Oは座標の原点である。



(1)　aの値を求めよ。

(2)　関数$y=\frac{1}{2}x^2$($x\geqq 0$)について，次の①，②の問に答えよ。

①xの値が1から5まで増加するとき，xの値の変化に対するyの値の変化の割合を求めよ。

②この関数のグラフ上に，x座標とy座標の等しい点が，原点Oのほかにもう1つある。その点の座標を求めよ。

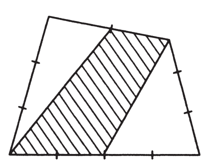
(3)　関数$y=-x$($x\leqq 0$)のグラフ上を，OからAまで動く点Pがある。BとPを通る直線が，x軸と交わる点をCとする。次の①，②の問に答えよ。

①△OCP＝△OBPとなるとき，点Cの座標を求めよ。

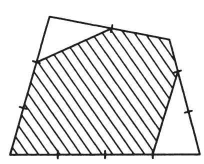
②線分BPの中点をQとすると，Pの動きにともなって，Qはある直線上を動く。その直線の式を求めよ。(変域は求めなくてよい)

平面図形 12　図のように，四角形の4つの辺を2等分，3等分，4等分，3等分して線分で結びます。斜線部の面積は，もとの四角形の面積の何倍ですか。ただし，定まらない場合は「定まらない」と書きなさい。

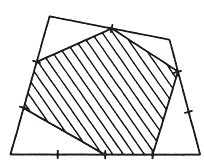
(1)



(2)



(3)



9　(1)　両辺を2でわり，次に両辺からaをひく。

(2)　はじめに共通因数$2a$をくり出す。

(3)　$-(a+2)^2=-(a^2+4\times a+4)$
$=-a^2-4a-4$
与式を整理するとa^2+a-20

10　(1)　速さより$x=y+9$，
速さ×時間＝距離だから，
AB，BC間の距離は，$x\times\frac{12}{60}$，
$y\times\frac{10}{60}$(km)で，和が26km

(2)　解のx，yの値を，$\frac{12}{60}x$，$\frac{10}{60}y$に代入する。

11　(1)　$y=-x$に$x=a$，
$y=8$を代入すると，$8=-a$

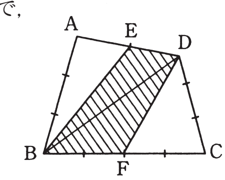
(2)　①　xの増加4に対するyの増加$\frac{1}{2}\times 5^2-\frac{1}{2}\times 1^2$の割合

②　求める点を(x，x)とすると，
$x=\frac{1}{2}x^2$で，$x>0$

(3)　①　点Pが線分BCの中点になるときで，C(x，0)とすると
P$\left(\frac{x+4}{2},\ 4\right)$で，点Pは
直線$y=-x$上にあるから，
$4=-\frac{x+4}{2}$

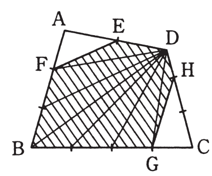
②　点Qは，線分BOの中点から線分BAの中点まで，OAに平行に動くから，傾きは-1で，$y=-x+b$に$x=2$，$y=4$を代入してbを求める。

12　(1)　右図で，



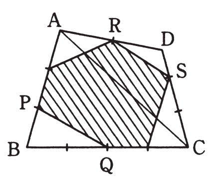
△EBD＋△FBD＝△ABD×$\frac{1}{2}$＋△CBD×$\frac{1}{2}$＝(△ABD＋△CBD)×$\frac{1}{2}$

(2)　右図で，



△AFE，△CHGを△ABD，△CBDとくらべると，
それぞれ$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$倍，$\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}$倍

(3)　(2)の図より，右図の△PBQ，DRSを除いたもの。

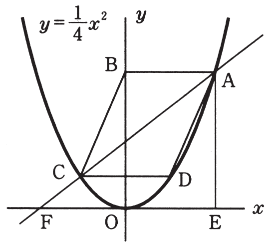


数と式 13　10以下の自然数aがある。この自然数は，$a-1$，$a+1$がともに素数になるという。このような自然数aは，全部で何個あるか。

13　10以下の素数は２，３，５，７だから，$a=4$，6

関数 14　右の図の放物線は，関数$y=\frac{1}{4}x^2$のグラフである。

この放物線上に，x座標が正である点Ａをとり，Ａからx軸とy軸にそれぞれ垂線AE，ABをひく。さらに，放物線上に２点ＣとＤを四角形ABCDが平行四辺形となるようにとるとき，次の各問に答えなさい。



(1)　関数$y=\frac{1}{4}x^2$について，xの値が１から３まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(2)　点Ｅのx座標が４であるとき，２点Ａ，Ｃを通る直線の式を求めなさい。

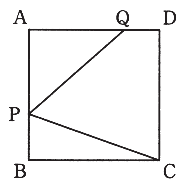
(3)　点Ａが放物線上を動くとき，AB＋AE＝24となる点Ａの座標を求めなさい。

14　(1)　xの増加２に対するyの増加$\frac{1}{4}\times3^2-\frac{1}{4}\times1^2$の割合

(2)　Ａ(4，4)よりＢ(0，4)で，Ｃ(−2，1)となるから，$4=4a+b$，$1=-2a+b$より傾きa，切片bを求める。

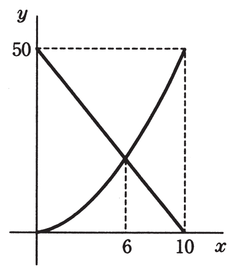
(3)　点Ａの座標を$\left(x,\ \frac{1}{4}x^2\right)$とすると，$x+\frac{1}{4}x^2=24$で，正の解が点Ａの座標。

関数 15　１辺の長さが10cmの正方形ABCDがある。２点Ｐ，Ｑは頂点Ａを同時に出発し，Ｐは辺AB上をＢまで，Ｑは辺AD上をＤまで，それぞれ異なる一定の長さで進む。ただし，Ｐ，Ｑは，頂点Ｂ，Ｄに到着したらその点でとどまっているものとする。



Ｐ，ＱがＡを出発してからx秒後の△APQおよび△BCPの面積をxの関数を考え，$0\leqq x\leqq10$の範囲で，それぞれのグラフを書くと右の図のようになった。

このとき，次の$\boxed{}$にあてはまる数または式を求めなさい。



△APQの面積y(cm²)をx(秒)の式で表すと，

$0\leqq x\leqq\boxed{}$のとき，$y=\boxed{}$

$\boxed{}\leqq x\leqq10$のとき，$y=\boxed{}$

15　点Ｐは10秒後に点Ｂに到着するから１cm/s。点Ｑの速さを$a$cm/sとすると，６秒後に△APQ=△BCPとなるから

$6\times6a\times\frac{1}{2}=4\times10\times\frac{1}{2}$　より$a=\frac{10}{9}$

で，点Ｑは９秒後に点Ｄに到着する。

△APQの面積は，$x\times\frac{10}{9}x\times\frac{1}{2}$と$x\times10\times\frac{1}{2}$

16　次の各問に答えなさい。

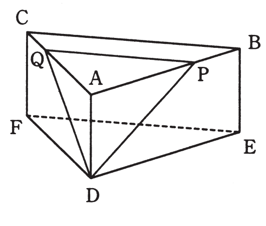
数と式　(1)　$a=\frac{1}{2}$，$b=\frac{1}{5}$のとき，$a-2b$の値を求めなさい。

関数　(2)　２つの変数x，yがあって，yはxに比例し，$x=2$のとき$y=6$である。このときの比例定数を求めなさい。

方程式　(3)　２次方程式$x^2+3ax=6$の１つの解が$x=2$であるとき，aの値を求めよ。

数と式　(4)　連続する３つの整数がある。最も大きい数の２乗は，他の２数の積より10だけ大きいという。この３つの整数を求めなさい。

方程式　(5)　右図のような，∠CAB＝90°，AB＝6cm，AC＝4cm，AD＝3cmで，側面がすべて長方形の三角柱がある。この三角柱の辺AB，AC上に，それぞれ点Ｐ，ＱをBP＝CQとなるようにとり，三角すいAPQDの体積がもとの三角柱の体積の$\frac{1}{9}$になるようにしたい。BPの長さを何cmにすればよいか。PBの長さを$x$cmとしてxについての方程式を作り，答えを求めよ。



16　(1)　$a-2b=\frac{1}{2}-2\times\frac{1}{5}$

(2)　比例定数をａとすると，$y=ax$で，この式に$x=2$，$y=6$を代入してaを求める。

(3)　$x=2$を与式に代入してａを求める。

(4)　真中の数をxとすると，

$(x+1)^2=(x-1)x+10$

(5)　三角すいは底面APQが直角三角形で，AQ＝$(4-x)$cm，AP＝$(6-x)$cm，高さがAD＝3cmだから，

$(4-x)(6-x)\times\frac{1}{2}\times3\times\frac{1}{3}$(cm³)