数　学

数と式 1　次の計算をしなさい。

(1) $2(2x+1)-(3x+1)$

(2) $\left(-\dfrac{3}{2}\right)^2 \div \dfrac{15}{2} - \left(-\dfrac{1}{2}\right)^3$

(3) $\dfrac{x+2y}{3} - (5x-y)$

方程式 2　次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 2x-3y=13 \\ x+3y=-7 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2x+y=9 \\ x-3y=1 \end{cases}$

方程式 3　次の各問に答えなさい。

(1) A君のこづかいはB君より100円多い。また，A君のこづかいを1割増やし，B君のを２割増やすと同じになるという。A君のこづかいを求めなさい。

(2) A，B2種類の合金がある。Aは銅を30%ふくみ，Bは銅を45%ふくんでいる。この2種類の合金を混ぜて，銅を35%ふくむ合金を120g作るには，それぞれ何g混ぜればよいか答えなさい。

(3) ある人が，山の頂上をめざして，ふもとのA地点を午前9時に出発した。頂上では１時間の休憩をとり，くだりはのぼりと別のコースを通り，もとのA地点に午後３時に着いた。コースの全長は14kmで，のぼりの速さを毎時２km，くだりの速さを毎時４kmとして，のぼりの距離とくだりの距離を，連立方程式をつくって求めよ。

数と式 4　次のア～カまでの中に，１つだけ正しいものがある。その記号を書きなさい。

ア．$\sqrt{3}+\sqrt{2}=\sqrt{5}$　　イ．$\sqrt{25}=\pm 5$　　ウ．$\sqrt{(-5)^2}=-5$

エ．25の平方根は５である。　　オ．$(\sqrt{5})^2=5$　　カ．$\sqrt{10}\div\sqrt{2}=5$

数と式 5　次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{5}+\sqrt{3}\times\sqrt{15}-\sqrt{20}$

(2) $\sqrt{3}(\sqrt{6}-1)+\sqrt{2}(\sqrt{6}-3)$

(3) $\sqrt{63}-\left(\dfrac{14}{\sqrt{7}}-\sqrt{7}\right)$

(4) $3\sqrt{8}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-3\div\sqrt{\dfrac{3}{2}}$

数と式 6　次の各問に答えなさい。

(1) 3つの数$\sqrt{\dfrac{1}{2}}$，$-\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{3}$を，大きい方から順に並べなさい。

(2) 121の平方根のうち，正の方をx，負の方をyとするとき，$(x+2y+1)^2$の値を求めよ。

(3) $\sqrt{3}=1.73$として，$2\sqrt{6}+\sqrt{12}\,(1-\sqrt{2})$ の値を求めよ。

1　計算の順序や符号に注意する。

(1) かっこをはずすと，
$4x+2-3x-1$

(2) $\left(-\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{9}{4}$，$\left(-\dfrac{1}{2}\right)^3=-\dfrac{1}{8}$

(3) 通分する。分母をはらってはいけない。

2 (1) 加法で y が消去できる。

(2) (上の式)×3＋(下の式)で，
y を消去する。

3 (1) A君のこづかいをx円，B君のこづかいをy円とすると，A君の１割増しは$1.1x$円,B君の２割増しは$1.2y$円になる。

(2) Aをxg，Bをyg混ぜるとすると，合金の重さから$x+y=120$,合金にふくまれている銅の重さから
$x\times\dfrac{30}{100}+y\times\dfrac{45}{100}=120\times\dfrac{35}{100}$

(3) のぼりの距離を$x$km，くだりの距離を$y$kmとすると，距離から
$x+y=14$，また，のぼりの$\dfrac{x}{2}$時間，休憩の１時間，くだりの$\dfrac{y}{4}$時間の和が６時間になる。

4　ア．$(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2=3+2\sqrt{6}+2$

イ．$\sqrt{25}$は，２乗すると25になる正の数

ウ．$\sqrt{(-5)^2}$は正の数

エ．25の平方根は２乗すると25になる数で，正の数と負の数の２つある。

オ．$\sqrt{5}$は,2乗すると5になる正の数

カ．$\sqrt{10}\div\sqrt{2}=\sqrt{10\div 2}$

5　計算の順序に注意する。

(1) $\sqrt{3}\times\sqrt{15}=\sqrt{3}\times\sqrt{3}\sqrt{5}=3\sqrt{5}$，$\sqrt{20}=\sqrt{4}\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

(2) かっこをはずして，まとめられるものは簡単にする。

(3) $\dfrac{14}{\sqrt{7}}$は，分母分子に$\sqrt{7}$をかけて分母を有理化する。

(4) $3\div\sqrt{\dfrac{3}{2}}$は，$3\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$より
$\dfrac{3\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\sqrt{6}$となる。

6 (1) $-\dfrac{1}{2}$は負の数だから１番小さく，$\sqrt{\dfrac{1}{2}}$と$\dfrac{1}{3}$は，2乗した数の大きい方が大きい。

(2) $x=11$，$y=-11$だから
$x+y=0$

(3) かっこをはずして，簡単な式にしてから$\sqrt{3}$の値を代入する。

数と式 $\boxed{7}$ 次の計算をしなさい。

(1) $(2x+3)(x-1)$

(2) $(x-1)(x+4)-x(x+3)$

(3) $(x+3)(x-5)-(x-1)^2$

(4) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{27}-\sqrt{2})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$

(5) $\{(2-\sqrt{3})^2-(\sqrt{10}+\sqrt{3})(\sqrt{10}-\sqrt{3})\}\div\sqrt{12}$

数と式 $\boxed{8}$ 次の各問に答えなさい。

(1) $a=3+\sqrt{3}$，$b=1-\sqrt{3}$のとき，$2a+ab$の値を求めよ。

(2) $x=1+\sqrt{3}$，$y=1-\sqrt{3}$のとき，$x^2-2xy+y^2$の式の値を求めなさい。

(3) $x=2+3\sqrt{2}$，$y=-2+\sqrt{2}$，$z=2-3\sqrt{2}$のとき，$\dfrac{xy^2-y^2z}{x^2-z^2}$の値を求めなさい。

数と式 $\boxed{9}$ 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{18}-\sqrt{50}+\sqrt{32}$

(2) $3\sqrt{5}-\dfrac{25}{\sqrt{5}}+2\sqrt{20}$

(3) $(\sqrt{50}-2\sqrt{2})\times\dfrac{2}{\sqrt{12}}$

(4) $\sqrt{32\times124+1}$

数と式 $\boxed{10}$ 次の計算をしなさい。

(1) $(a+b)(3a-2b)+(a+b)^2$

(2) $(x-1)^2-x(x+3)$

(3) $(2x+1)^2-x(4x-5)$

(4) $(\sqrt{2}-\dfrac{1}{\sqrt{2}})^2$

(5) $\dfrac{12}{\sqrt{3}}-\sqrt{(-2)^2}+(-2+\sqrt{3})^2$

(6) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3}+5\sqrt{2})(\sqrt{3}-3\sqrt{2})$

$\boxed{7}$ 符号に注意する。

(1) $2x$と3を，xと-1に順にかける。

(2) $-x(x+3)$は，$-x^2-3x$になる。

(3) $-(x-1)^2$は，$-(x^2-2x+1)$より，$-x^2+2x-1$

(4) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{27}-\sqrt{2})=\sqrt{3}\times\sqrt{9}\sqrt{3}-\sqrt{3}\times\sqrt{2}+\sqrt{2}\times\sqrt{9}\sqrt{3}-\sqrt{2}\times\sqrt{2}=9-\sqrt{6}+3\sqrt{6}-2$

(5) $(2-\sqrt{3})^2=2^2-2\times2\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2$

$\boxed{8}$ (1) $2a+ab=a(2+b)$で，$2+b=2+(1-\sqrt{3})=3-\sqrt{3}$

(2) $(x-y)^2$として，$x-y$の値を代入する。

(3) 与式$=\dfrac{y^2(x-z)}{(x+z)(x-z)}=\dfrac{y^2}{x+z}$としてから代入する。

$\boxed{9}$ (1) $\sqrt{18}=\sqrt{9}\sqrt{2}=3\sqrt{2}$，$\sqrt{50}=\sqrt{25}\sqrt{2}=5\sqrt{2}$，$\sqrt{32}=\sqrt{16}\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

(2) $\dfrac{25}{\sqrt{5}}=\dfrac{25\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{25\sqrt{5}}{5}=5\sqrt{5}$，$2\sqrt{20}=2\sqrt{4}\sqrt{5}=2\times2\times\sqrt{5}$

(3) $\sqrt{50}-2\sqrt{2}=5\sqrt{2}-2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$，$\dfrac{2}{\sqrt{12}}=\dfrac{2}{\sqrt{4}\sqrt{3}}=\dfrac{2}{2\sqrt{3}}=\dfrac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

(4) $32\times124+1=3969$で，3969を素因数分解すると，$3969=3^4\times7^2$

$\boxed{10}$ 符号に注意する。

(1) $(a+b)(3a-2b)=3a^2-2ab+3ab-2b^2$

(2) $-x(x+3)$は，$-x^2-3x$

(3) $(2x+1)^2=4x^2+4x+1$，$-x(4x-5)$は，$-4x^2+5x$

(4) $\sqrt{2}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}-\dfrac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\sqrt{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(5) $\dfrac{12}{\sqrt{3}}=\dfrac{12\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{12\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}$，

$\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}=2$，

$(-2+\sqrt{3})^2=4-4\sqrt{3}+3=7-4\sqrt{3}$

(6) $(\sqrt{3}+5\sqrt{2})(\sqrt{3}-3\sqrt{2})=3-3\sqrt{6}+5\sqrt{6}-30$

数と式 11　$\sqrt{26}$ は，ある整数と小数との和で表される。この小数の部分をaとするとき，$a(a+10)$の式の値を求めよ。ただし，$0<a<1$とする。

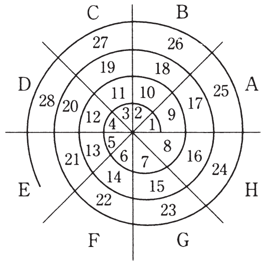
数と式 12　右の図のように，１点で交わる４本の直線とうずまき状の曲線で区切られた部分に，１から順に正の整数を，左まわりに記入していく。そして，直線で分けられた数のグループ名を，次のように決める。

1，9，17，……のグループ名をＡ

2，10，18，……のグループ名をＢ

………………

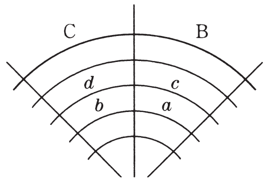
8，16，24，……のグループ名をＨ



このとき，次の(1)，(2)の問に答えよ。

(1)　43は，どのグループに入るか。グループ名を書け。また，Ｈグループの数は，正の整数 n を用いて，$8n$という式で表せる。Ｄグループの数を，n を用いた式で表せ。

(2)　グループＢの数，2，10，18……の中の１つをaとし，次に３つの数，b，c，dを，右の図のような位置にとるとき，$ad-bc$はつねに同じ値になることを，式を用いて説明せよ。



平面図形 13　「右下の図で，点Oが線分AB，CDのそれぞれの中点ならば，AC＝BDである。」このことを証明するために，△OACと△OBDが合同となることを示したい。

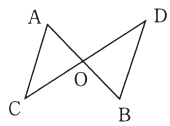
△OAC≡△OBDとなる理由を，次のア～エのうちから選び，その記号を書け。

ア．OA＝OB，OC＝OD，AC＝BD

イ．OA＝OB，OC＝OD，∠AOC＝∠BOD

ウ．OC＝OD，AC＝BD，∠OCA＝∠ODB

エ．OA＝OB，∠AOC＝∠BOD，∠OAC＝∠OBD



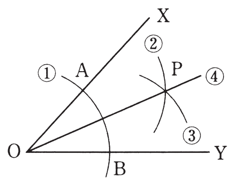
平面図形 14　右の図は，定規とコンパスによる∠XOYの２等分線の作図のしかたを示している。直線OPが∠XOYの２等分線であることを証明するには，次のア～エのうちのどれを用いればよいか，その記号をかけ。

ア．△AOPと△BOPにおいて，３辺がそれぞれ等しい。

イ．△AOPと△BOPにおいて，２辺とそのはさむ角がそれぞれ等しい。

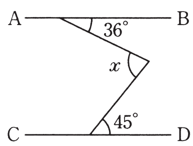
ウ．△AOPと△BOPにおいて，１辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

エ．△AOPと△BOPにおいて，２角がそれぞれ等しい。

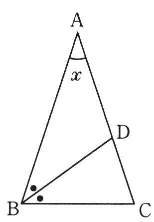


平面図形 15　次の各問に答えなさい。

(1)　右の図でAB//CDのとき，∠xの大きさを求めよ。



(2)　右の図で，△ABCはAB＝ACの二等辺三角形で，∠Bの二等分線とACの交点をDとするとき，BC＝BDであるとすれば，∠Aの大きさxは何度になりますか。



11　$5<\sqrt{26}<6$だから，

$a=\sqrt{26}-5$で，

$a+10$は$\sqrt{26}+5$になる。

12　それぞれのグループで，外側の数はその内側の数より8大きい。

(1)　43の内側の数は，

$43-8=35$

Hグループの数は8の倍数で，内側から同じ順番のDグループの数は，Hグループの数より4小さい。

(2)　aを基準にすると，$b=a+1$，$c=a+8$，$d=a+9$となり，

これらを，$ad-bc$に代入する。

13　２つの三角形が合同になるための条件，ア．３辺，イ．２辺とそのはさむ角　ウ．１辺と両端の角がそれぞれ等しいときの，どれがあてはまるかをみる。対頂角は等しいから，∠AOC＝∠BOD，点OがABの中点だから，AO＝BO

14　△AOPと△BOPとで，AO＝BO（点Oを中心とする同じ円の半径），AP＝BP（点A，Bを中心とする２つの円の等しい半径），OP＝OP（共通）

15　(1)　∠xの頂点を通るABに平行な直線をひくと，平行線の錯角は等しいから，

∠x＝36°＋45°

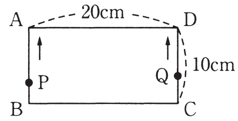
(2)　AB＝ACより∠ABC＝∠C，BC＝BDより∠C＝∠BDC，BDは∠ABCの二等分線だから∠ABD＝∠CBD，△ABDで∠BDC＝∠A＋∠ABDだから，∠BDC ＝2∠A

従って，

∠A＋∠ABC＋∠C＝

∠A＋2∠A＋2∠A＝5∠A

方程式 16　右図のような長方形ABCDの辺上を，点PはB→A→D→C→B………と３秒間に１周する速さで回り，点Qは点Pと同時にCを出発し，C→D→A→B→C→………と１秒間に３周する速さで回ります。次の空欄を適当に埋めなさい。



(1)　２点P，Qが最初に出会う位置は，点Aから［　　　］cmのところです。

(2)　２点P，Qが最初に辺CD上で出会うのは，出発してから［　　　］秒後です。

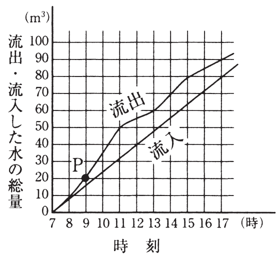
(3)　２点P，Qは，出発してから６秒間に［　　　］回出会います。

方程式 17　給水用のタンクがある。タンクの流出管から水が流出して，タンク内の水の量が30m^{3}以下になると，タンクの流入管から，１時間当たり８m^{3}の割合で水が流入する。ある日の７時に，タンク内の水の量が30m^{3}であった。下の図は，７時以降に流出した水の総量と，流入した水の総量とを表したグラフの一部である。例えば図の点Pは，７時から９時までの２時間に流出した水の総量が，20m^{3}であることを表している。次の各問に答えよ。

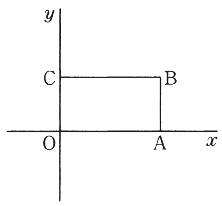
(1)　７時から17時までの間で，１時間当たりの流出する水の量が最も多くなったとき，その量は１時間当たり何m^{3}か。

(2)　７時から17時までの間で，タンク内の水の量が最も少なくなったとき，その量は何m^{3}か。

(3)　水の流出は，17時以降も15時から17時までの間と，同じ割合で続くものとする。水の流入は17時以降も続くが，タンク内の水の量が40m^{3}に達すると止まる。17時以降，水の流入が初めて止まる時刻は，何時何分か。



関数 18　座標平面上に，右図のような長方形OABCがある。長方形の頂点の座標は，それぞれ，A(4，0)，B(4，2)，C(0，2)であり，Oは原点である。次の問に答えよ。



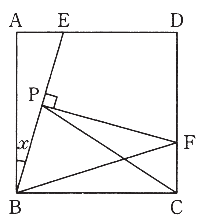
(1)　辺BCと$y=2x$のグラフとの，交点の座標を求めよ。

(2)　辺BC上に点Pをとり，Pを通り傾きが２の直線をlとする。

①Pが辺BC上をBからCまで動くとき，lとx軸との交点Qのx座標がとる値の範囲を求めよ。

②lが長方形OABCの面積を２等分するときの，lの方程式を求めよ。

平面図形 19　右の図で，正方形ABCDの辺DA，辺DC上に，DE=DFとなるように，点E，Fをとります。次に，点Fから，線分BEに垂線をおろし，その交点をPとします。このとき，次の各問に答えなさい。



(1)　∠ABE=xとするとき，∠BPCの大きさを，xを用いて表しなさい。

(2)　上の図で，点E，Fが，DE=DFとなるように，辺DA，DC上を動くとき，ある点でPB=PCとなりました。この点Pを，定木やコンパスを用いて作図しなさい。ただし，作図に用いた線は消さないでおきなさい。

16　１周60cmだから，P，Qの速さは，それぞれ20cm／秒，180cm／秒

(1)　P，Qが最初に出会うまでの時間をx秒とすると，$20x+180x=40$で，それまでにPは(20×0.2)cm進んでいることになる。

(2)　P，Qが出会ってから次に出会うまでに$\frac{60}{20+180}$秒かかる。

(3)　はじめに出会うのは出発してから0.2秒後，その後は0.3秒毎に出会う。

17　(1)　流出する水の量が最も大きいときは，折れ線グラフの傾きの最も大きい点(9，20)から点(11，50)までのときだから，$\frac{50-20}{11-9}$

(2)　タンク内の水量が最も少なくなるのは，流出した水の総量と，流入した水の総量との差が最も大きくなったときの11時で，それまでの総流出量は50m^3，総流入量は８m$^3\times4$だから，$30+8\times4-50$

(3)　15時以降の１時間の流出量は5m^{3}だから，１時間に$(8-5)$m^{3}ずつふえる。17時からx時間後に40m^{3}になったとすると，

$30+80-90+(8-5)\times x=40$

18　(1)　直線BCの式は$y=2$で，交点のy座標は２

(2)　直線lの式は，切片をbとすると，$y=2x+b$……(ア)

①　点Cを通るときの式は$b=2$，点Bを通るときの式は，(ア)に$x=4$，$y=2$を代入して$b=-6$

②　対角線の交点(2，1)を通るとき，面積は２等分されるから，$x=2$，$y=1$を(ア)に代入してbを求める。

19　(1)　∠BPC=∠R－∠CPF。∠BCF=∠R，∠BPF=∠Rだから四角形PBCFは円に内接する四角形で，∠CPF=∠CBF。△BCF≡△BAEだから，∠CBF=∠ABE

(2)　△PBCは，∠CPF=∠ABEより∠CPB=∠CBPで，PC=BC，PB=PCだから正三角形